Définitions

Une **matrice** de **dimension** (ou taille) $m\times n$ est un tableau de nombres formé de ***m* lignes** et ***n* colonnes**.
Une telle matrice s'écrit sous la forme :

$$M=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Une matrice de dimension $n\times n$ est appelée une **matrice carrée d'ordre n**.
Une matrice de dimension $n\times 1$ est appelée une **matrice colonne**.
Une matrice de dimension $1\times n$ est appelée une **matrice ligne**.

$$O=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad I=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad A=\begin{pmatrix} -4 & 5 & 6 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad B=\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

O est une matrice nulle	*I* est une matrice unité	*A* est une matrice triangulaire	*B* est une matrice diagonale

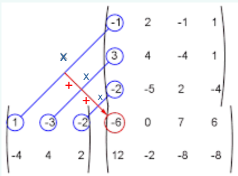
Somme et multiplication par un réel

La somme de deux matrices de **même dimension** A et B est la matrice, notée **A + B**, dont les coefficients sont obtenus en additionnant deux à deux des coefficients qui ont la même position dans A et B.
La somme est **commutative** : $\quad$ A + B = B + A
La somme est **associative** : $\quad$ (A + B) + C = A + (B + C)

$(k+k')A = kA + k'A$
$k(A+B) = kA + kB$ $\qquad k\in\mathbb{R}\ ,\ k'\in\mathbb{R}$
$(kk')A = k(k'A)$

Produit

La multiplication de matrices n'est **pas commutative** : en général, $AB\neq BA$.
Pour toute matrice carrée A de taille n, on a : $\boldsymbol{A\times I_n = I_n\times A = A}$



Inverse et résolution de systèmes

Une matrice carrée A de taille n est une matrice inversible s'il existe une matrice B telle que $A\times B = B\times A = I_n$.
La matrice B, notée $\mathbf{A^{-1}}$ est appelée la **matrice inverse de A**.
Formule pour une **matrice d'ordre 2** : $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{A^{-1} = \dfrac{1}{det(A)}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}}$, avec $det(A)=\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$

Soit A une matrice carrée **inversible** de taille n et B une matrice **colonne** à n lignes.
Alors le système linéaire d'écriture matricielle $\boldsymbol{A\times X = B}$ admet une unique solution donnée par la matrice colonne $\boldsymbol{X = A^{-1}B}$.

Remarque : si A n'est pas inversible alors le système correspondant possède **une infinité** de solutions ou **aucune** solution.

Transformations

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct d'origine O. A est une matrice carrée d'ordre 2 et *f* est la transformation géométrique du plan qui à tout point $M(x\,;y)$ associe le point $M'(x'\,;y')$ tel que $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = A\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

Dans cette situation, on dit que A est la **matrice de la transformation *f***.