Le cours – 2nd : Calcul littéral

Développement et factorisation :

Distributivité :

$$k \times (a + b) = ka + kb$$

$$(a + b) \times (c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Ces formules s'adaptent directement si des nombres négatifs interviennent (*voir méthodes*)

Identités remarquables :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2\,ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2\,ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Passer de la forme factorisée à la forme développée s'appelle un **développement**.
Passer de la forme développée à la forme factorisée s'appelle une **factorisation**.

Résolution d'équation produit nul :

Un **produit** de facteurs est égal à 0 si et seulement si **au moins l'un de ses facteurs est égal à 0**.

Exemple

Résolution de l'équation $(3x-1)(x+8)=0$.
$(3x-1)(x+8)=0$ si et seulement si au moins l'un de ses facteurs est nul :
$3x-1=0$ ou $x+8=0$
$3x=1$ ou $x=-8$
$x=\frac{1}{3}$ ou $x=-8$

Donc l'ensemble des solutions est $\mathscr{S}=\left\{-8;\frac{1}{3}\right\}$

Solutions de $x^2 = k$ avec $k>0$

$x^2 = k \Leftrightarrow x^2-k=0 \Leftrightarrow x^2-(\sqrt{k})^2=0$
$\Leftrightarrow (x+\sqrt{k})(x-\sqrt{k})=0$ soit
$x=-\sqrt{k}$ ou $x=\sqrt{k}$

Donc si $k>0$, l'équation $x^2=k$ a deux solution $x=-\sqrt{k}$ ou $x=\sqrt{k}$.

Quand $k<0$, l'équation $x^2=k$ n'admet pas de solution.

L'équation $x^2=0$ admet 0 comme unique solution.

Résolution d'équation quotient :

La division par 0 n'existe pas.
Les valeurs **annulant le dénominateur** d'une écriture fractionnaire sont appelées **valeurs interdites**.

Un quotient est nul si et seulement si son **numérateur est égal à 0** et son dénominateur est non nul.

Pour les équations plus complexes, après avoir déterminé les valeurs interdites, on peut utiliser **la mise au même dénominateur** ou l'égalité des **produits en croix** (*voir méthodes*).

Exemple d'équation simple : résolution de $\frac{3x+5}{7x-8}=0$

On détermine la (ou les) éventuelle(s) valeur(s) interdites : $7x-8=0 \Leftrightarrow x=\frac{8}{7}$. $\frac{8}{7}$ est une valeur interdite.

Pour $x \neq \frac{8}{7}$: $\frac{3x+5}{7x-8}=0 \Leftrightarrow 3x+5=0 \Leftrightarrow x=-\frac{5}{3}$. Comme $-\frac{5}{3}$ n'est pas une valeur interdite, c'est la solution.

$$\mathscr{S}=\left\{-\frac{5}{3}\right\}$$

Les méthodes – 2nd : Calcul littéral