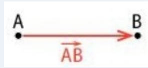
Le cours – 2nd : Introduction des vecteurs

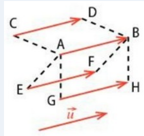
Translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$:

Soit A et B deux points du plan. La translation qui transforme A en B est appelée **translation** de vecteur $\overrightarrow{AB}$.
Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est caractérisé par, sa **direction**, celle de la droite (AB), son **sens**, de A vers B, sa **norme**, la distance AB. On la note $\|\overrightarrow{AB}\| = AB$

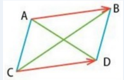


Vecteurs égaux :

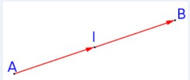
Deux vecteurs ayant même direction, même sens et même norme sont **égaux**. Lorsque des vecteurs sont égaux on dit qu'ils sont des **représentants** d'un même vecteur que l'on peut noter $\vec{u}$ indépendamment des deux points d'origine et d'extrémité.



Un quadrilatère $ABDC$ est un **parallélogramme** si et seulement si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

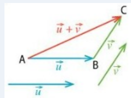


Le point I est le **milieu** d'un segment $[AB]$ si et seulement si $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$. On a aussi $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.



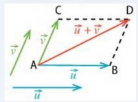
Somme de vecteurs :

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs. La **somme** des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, notée $\vec{u} + \vec{v}$, est le vecteur associé à la translation résultant de l'enchaînement de la translation de vecteur $\vec{u}$ et de la translation de vecteur $\vec{v}$.



Relation de Chasles : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

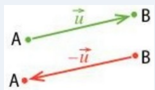
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$ si, et seulement si, le quadrilatère $ABDC$ est un **parallélogramme**.



$\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$ $\quad (\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$ $\quad \vec{u} + \vec{0} = \vec{u}$

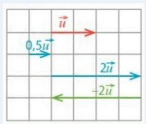
L'opposé du vecteur $\vec{u}$ est le vecteur noté $(-\vec{u})$ tel que $\vec{u} + (-\vec{u}) = \vec{0}$. $\quad -\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$

La **différence** $\vec{u} - \vec{v}$ est le vecteur $\vec{u} + (-\vec{v})$.



Produit par un nombre réel et colinéarité :

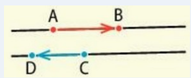
Soit k un nombre réel et $\vec{u}$ un vecteur non nul. $k\vec{u}$ est le vecteur défini ainsi :
- $k\vec{u}$ et $\vec{u}$ ont la même direction.
- Si $k>0$, $k\vec{u}$ a le même sens que $\vec{u}$. Si $k<0$, $k\vec{u}$ et $\vec{u}$ sont de sens contraires.
- Sa norme est $\|k\vec{u}\| = |k| \times \|\vec{u}\|$



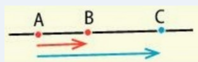
$k(\vec{u} + \vec{v}) = k\vec{u} + k\vec{v}$ $\quad (k + k')\vec{u} = k\vec{u} + k'\vec{u}$ $\quad k(k'\vec{u}) = k \times k'\vec{u}$

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls. S'il existe un réel k tel que $\vec{v} = k\vec{u}$, on dit que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **colinéaires**. k est le **coefficient de colinéarité**.

Deux droites (AB) et (CD) sont **parallèles** si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires ($\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD}$)



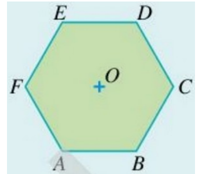
Trois point distincts A, B et C sont **alignés** si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires ($\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$)



Les méthodes – 2nd : Introduction des vecteurs

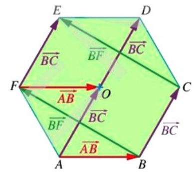
Déterminer des vecteurs égaux

$ABCDEF$ est un hexagone régulier de centre O.
1) Citer plusieurs vecteurs égaux au vecteur $\overrightarrow{BC}$.
2) Déterminer le représentant du vecteur $\overrightarrow{AB}$ d'origine F.
3) Nommer un représentant du vecteur $\overrightarrow{BF}$ autre que lui-même.
4) Quelle est l'image du point F par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$?



Solutions :

1) $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{FE}$.
2) $\overrightarrow{FO} = \overrightarrow{AB}$, donc le représentant de $\overrightarrow{AB}$ d'origine F est $\overrightarrow{FO}$.
3) $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{CE}$, donc $\overrightarrow{CE}$ est un représentant de $\overrightarrow{BF}$.
4) $\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{BC}$, Donc l'image de F par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$ est le point E.

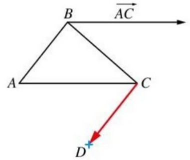


Construire des vecteurs

ABC est un triangle.
1) Construire le représentant du vecteur $\overrightarrow{AC}$ d'origine B.
2) Placer le point D tel que $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$.
3) Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?
4) Citer un vecteur opposé au vecteur $\overrightarrow{BC}$.

Solutions :

1) et **2)**



3) $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$, donc $ABCD$ est un parallélogramme.
4) $ABCD$ est un parallélogramme, donc $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$ et donc un vecteur opposé à $\overrightarrow{BC}$ est $\overrightarrow{DA}$ (on peut également citer $\overrightarrow{CB}$)

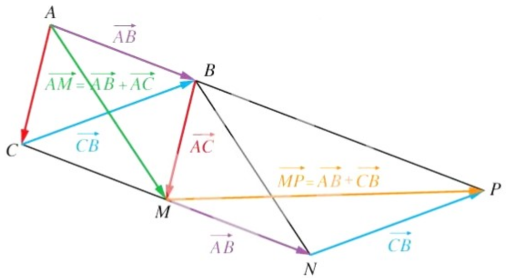
Construire une somme de vecteurs

ABC est un triangle tel que $AB = 5cm$, $AC = 4cm$ et $BC = 6cm$.
1) Construire le point M tel que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.
2) Construire le point P tel que $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}$.
3) A quel vecteur est égale la somme $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MP}$?

Solutions :

1) Pour construire le point M tel que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$, il faut construire l'image du point A par l'enchaînement des deux translations de vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

2) Pour construire le point P, il faut construire l'image du point M par l'enchaînement des deux translations de vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CB}$.



3) D'après la relation de Chasles, $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{AP}$.

Construire le produit d'un vecteur par un réel

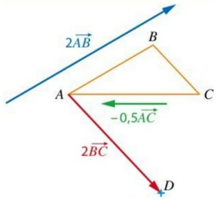
ABC est un triangle.

1) Construire un représentant du vecteur $2\,\overrightarrow{AB}$.

2) Construire un représentant du vecteur $-0{,}5\,\overrightarrow{AC}$.

3) Construire le point D tel que $\overrightarrow{AD} = 2\,\overrightarrow{BC}$

<u>**Solutions :**</u>



Autres méthodes, astuces, notions… rencontrées :